

# DYNAMICKÝ MODEL RELUKTANČNÉHO KROKOVÉHO MOTORA

## DYNAMIC MODEL OF RELUCTANCE STEP MOTOR

Pavel Záskalický

Technická univerzita v Košiciach Katedra elektrických pohonov a mechatroniky, FEI

Letná 9, 04001 Košice, Slovensko

**Abstrakt** Krokové reluktančné motory sú neodmysliteľnou súčasťou automatizačných zariadení s ohľadom na ich nízku cenu, spoločnosť a jednoduché riadenie. Pretože ich moment je úmerný kvadrátu budiaceho prúdu, moment nezávisí od jeho smeru, ale len od vzájomnej polohy statora a rotora. Tým sa značne znížia nároky na komplexnosť napájacích členov. Predkladaný článok sa zaobráva zostavením matematického a dynamického modelu reluktančného krokového motora. Model bol zostavený za podmienky, že motor pracuje v lineárnej oblasti magnetizačnej charakteristiky. Dynamický model bol realizovaný s pomocou simulačného programu Matlab- Simulink.

**Summary** Reluctance step motors are the electromechanical components to engineering applications stems from their low cost, reliability and controllability. Because torque depends only on the square of the applied stator currents and not on their direction, these machines can be operated from unidirectional drive systems, reducing the cost of the power electronics. The paper deals with mathematical and dynamic model of the reluctance step motor. The model was realised under the assumption that motor works in linear part of magnetization characteristic. The dynamic model was realised by means of the Matlab- Simulink program.

## 1. ÚVOD

Elektrický stroj je vo všeobecnosti pokladaný za reverzibilny menič elektrickej a mechanickej energie. Rozvojom automatizácie a robototechnológií sa však vyžadujú od elektrických strojov aj iné funkcie. Jednou z nich je funkcia elektrického stroja ako prevodníka elektrického signálu (napätie, prúd) na mechanický signál (poloha, rýchlosť).

Špeciálne postavenie v tejto oblasti majú krokové motory. Sú to stroje, ktoré menia svoju polohu po diskrétnych hodnotách, nazývaných kroky. Táto ich vlastnosť vyplýva z ich konštrukčného usporiadania. Rozvojom automatizačnej techniky nadobúdajú na význame a objem ich nasadzovania v strojárstve, ako aj v iných aplikáciách bude aj ďalej rásť.

Na optimálny elektromechanický prevodník signálu sú kladené nasledovné požiadavky:

- schopnosť dynamicky meniť rýchlosť;
- schopnosť reverzovať smer otáčania;
- schopnosť autobrzdenia pri strate riadiaceho signálu;
- vytvárať maximálny moment hlavne v oblasti malých rýchlosťí;
- rýchla mechanická odozva na zmenu elektrického signálu;
- podľa možnosti lineárna mechanická charakteristika moment – rýchlosť;
- jednoznačná regulačná charakteristika elektrický signál – rýchlosť;
- schopnosť vytvárať moment pri zastavení v definovanej polohe;
- invariantnosť elektromechanických vlastností na vonkajšie zmeny teploty ;

Krokové motory sa v súčasnej dobe vyrábajú v širokej škále výkonov a tvarov (dlhé motory malého priemeru až po diskové motory). Robot býva poháňaný desiatkami motorov rôzneho typu, ktoré sú riadené programovateľnými logickými blokmi postavenými na základe mikropočítačovej techniky. To umožňuje odľahčiť jeho mechanický systém a zvýšiť jeho flexibilitu.

Veľkú skupinu krokových motorov tvoria reluktančné krokové motory. Reluktančný motor patrí k najjednoduchším motorom vôbec. Stator tvorí vyjadrené póly s budiacimi valcovými cievkami. Rotor je tvorený ozubeným elektromagnetickým materiálom. Nabudením fázy má rotor tendenciu prestaviť sa do polohy najmenšieho magnetického odporu (reluktancie). Cyklickým nabudzovaním jednotlivých fáz je rotor uvedený do otáčavého pohybu.

Výhodou reluktančných motorov je, že môžu pracovať v otvorenej regulačnej slučke, pretože poloha rotora je jednoznačne daná kombináciou sekvencií budiacich napájacích napätií. Tým sa celý pohon veľmi zlacni. Odpadá spätnoväzobný snímač polohy a aj výkonové napájacie obvody sú oveľa jednoduchšie a tým aj lacnejšie. Je však nevyhnutne potrebné konfiguráciu motora prispôsobiť potrebám. Veľkosť kroku motora a tým aj počet polôh na otáčky závisí od počtu rotorových zubov, počtu napájacích fáz, ako aj rozmiestnenia statorových pólôv.

## 2. MATEMATICKÝ MODEL

Predpokladajme reluktančný motor, ktorý má  $N$  zubov na rotore. Stator tvorí  $P$  vyjadrených pólov s budiacim vinutím. Stator je budený  $m$  nezávislými prúdmi, nazývaných fázy. Pre zaistenie magnetického toku  $P$  statorových pólov musí byť budených v párových skupinách tak, aby

tvorili  $m$  fáz s  $2p$  magnetickými pólmami. Magnetické a geometrické póly musia vypočítať rovnici:

$$P = 2pm. \quad (1)$$

Počet krovov na otáčku, ktorý je takýto motor schopný urobiť je rovný počtu možných polôh rotora. Tento je daný súčinom počtu rotorových zubov  $N$  a počtu fáz  $m$  podľa rovnice:

$$S = mN. \quad (2)$$

Krok teda odpovedá uhlu pootočenia rotora:

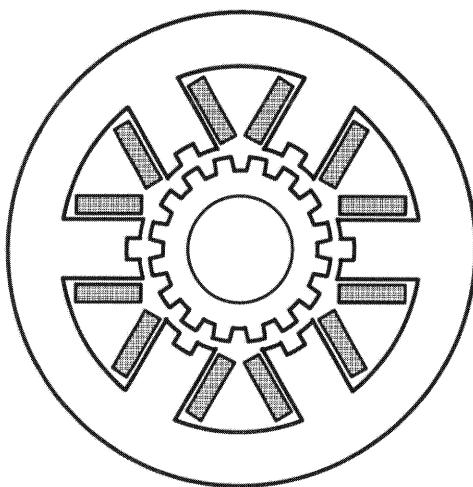
$$\alpha_k = \frac{360^\circ}{S}. \quad (3)$$

V klasických reluktančných motoroch sú statové póly symetricky rozložené po obvode statora. Pólový rozstup medzi dvomi susednými pólmami je  $S/P$  krovov, čomu odpovedá uhol:

$$\tau_p = \alpha_k \frac{S}{P}. \quad (4)$$

Pri veľkom počte rotorových zubov musia byť statorové póly ozubené. Počet zubov na pól sa volí ako celočíselná časť podielu počtu rotorových zubov a počtu statorových budiacich pólov

$$k = \text{int}\left(\frac{N}{P}\right). \quad (5)$$

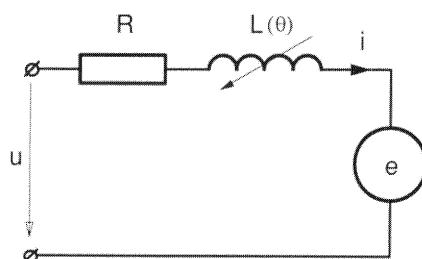
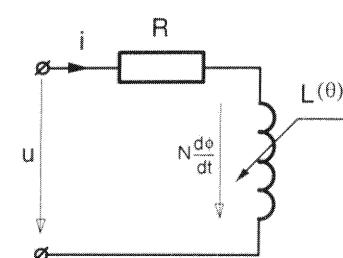


Obr. 1 Štruktúra reluktančného krokového motora.

Fig.1 Structure of reluctance step motor.

Na obrázku 1 je uvedená štruktúra trojfázového ( $m = 3$ ), dvojpólového ( $p = 1$ ) reluktančného motora. Stator tvoria ozubené ( $k = 2$ ) budiacie póly ( $P = 6$ ). Rotor má ( $N = 16$ ) zubov.

Pretože vzájomné indukčnosti budiacich vinutí sú veľmi malé, ich vplyv na vlastnosti motora sú zanedbateľné. Z toho dôvodu môžeme vychádzať z jednofázovej náhradnej schémy, ktorá sa v tomto prípade skladá len z ohmického odporu vinutia a premenlivej indukčnosti. Indukčnosť fázy je závislá od polohy rotora voči statoru. Poloha rotora je určená uhlom natočenia rotora  $\theta$ .



Obr. 2 Jednofázová náhradná schéma.

Fig.2 Per phase equivalent circuit.

Pre elektrický obvod platí rovnica:

$$u = Ri + N \frac{d\phi(\theta)}{dt}. \quad (6)$$

kde:  $\phi$  je celkový magnetický tok fázy.

V lineárnej oblasti magnetizačnej charakteristiky, môže byť magnetický tok nahradený indukčnosťou podľa vzťahu:  $N\phi(\theta) = L(\theta)i$ . Po dosadení do (6) dostávame napäťovú rovnicu fázy:

$$u = Ri + L(\theta) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(\theta)}{dt}, \quad (7)$$

kde jednotlivé členy rovnice predstavujú:

- $u_R = R.i$  -predstavuje úbytok napätia na ohmickom odpore;
- $u_L = L(\theta) \frac{di}{dt}$  -je úbytok napätia na premenlivej indukčnosti;
- $e = i \frac{dL(\theta)}{dt}$  -je vnútorné indukované napätie stroja;

Indukčnosť je vo všeobecnosti možné vyjadriť Fourierovým radom v tvare:

$$L(\theta) = L_0 + L_1 \cos(N\theta) + L_2 \cos(2N\theta) + \dots \quad (8)$$

Vo všeobecnosti postačuje použitie prvých dvoch členov. Koeficienty Fourierovho radu je možné určiť z maximálnej a minimálnej hodnoty indukčnosti:

$$L_0 = \frac{L_{\min} + L_{\max}}{2}; \quad L_1 = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2}; \quad (9)$$

Elektromagnetický moment jedného zuba je možné určiť zo zmeny elektromagnetickej energie.

Pre motor s  $N$  rotorovými zubami,  $k$  zubami na pól a  $2p$  párov pólov je elektromagnetický moment daný rovnicou:

$$M = 2pk \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}. \quad (10)$$

Pre výpočet momentu je bezpodmienečne nutné vypočítať časový priebeh prúdu. Rýchlosť motora je možné vypočítať a dynamickej rovnice motora:

$$M - M_p = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (11)$$

kde:  $J$  je moment zotrvačnosti rotora motora;

$M_p$  je záťažový moment motora;

### 3. VÝPOČET PRÚDU

Pre výpočet priebehu budiaceho prúdu je potrebné vyriešiť napäťovú diferenciálnu rovnicu (7). Pre výpočet prúdu je potrebné upraviť posledný člen rovnice, ktorý predstavuje vnútorné indukované napätie motora:

$$e = i \frac{dL(\theta)}{dt} = i\omega \frac{dL(\theta)}{d\theta}, \quad (12)$$

kde:

$$\frac{dL(\theta)}{d\theta} = -L_1 N \sin(N\theta) - 2L_2 N \sin(2N\theta) - \dots \quad (13)$$

dostaneme deriváciou rovnice (8).

Potom pre prúd z rovnice (7):

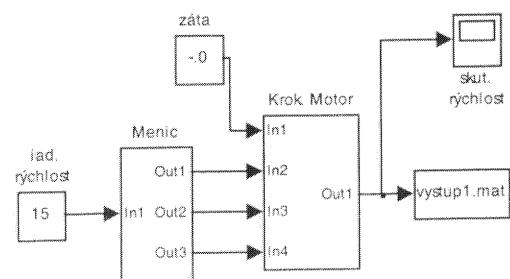
$$i = \frac{1}{L(\theta)} \int (u - Ri - e) dt. \quad (14)$$

### 4. ZOSTAVENIE SIMULAČNÉHO MODELU

Pre zostavenie simulačného modelu bol použitý trojfázový motorček z obrázku 1 s nasledovnými parametrami:

- Počet fáz  $m = 3$ ;
- Počet párov pólov  $p = 1$ ;
- Počet zubov rotora  $N = 16$ ;
- Počet zubov na pól  $k = 2$ ;
- Odpór vinutia  $R = 17,5\Omega$ ;
- Minimálna indukčnosť  $L_{\min} = 6mH$ ;
- Maximálna indukčnosť  $L_{\max} = 16mH$ ;
- Napájacie napätie  $U = 5V$ ;
- Moment zotrvačnosti rotora  $J = 1.10^{-3} kgm^2$

Na obrázku 3 je uvedená celková schéma pohonu s krokovým reluktančným motorom v otvorennej regulačnej slučke. Celková schéma obsahuje blok zadávania požadovanej rýchlosťi, blok meniča a blok motora. Do motora vstupuje signál záťažového momentu a troch napájajúcich impulzových napätií.

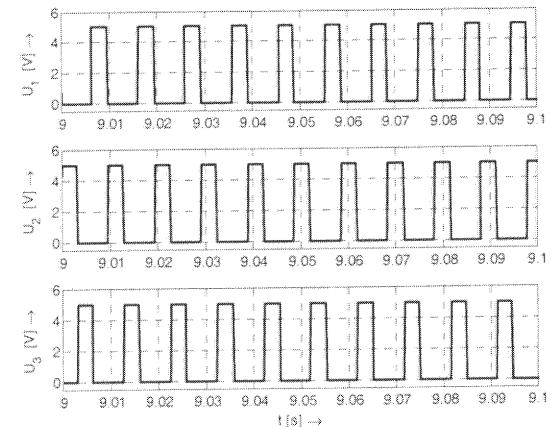


Obr.3 Model pohonu s krokovým motorom  
Fig.3 Drives model with step motor

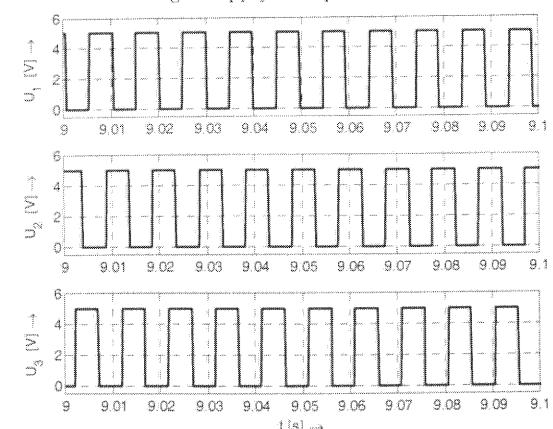
Výstupom z motora je skutočná rýchlosť, ktorá sa sleduje osciloskopom, prípadne zapisuje do súboru.

#### BLOK MENIČA

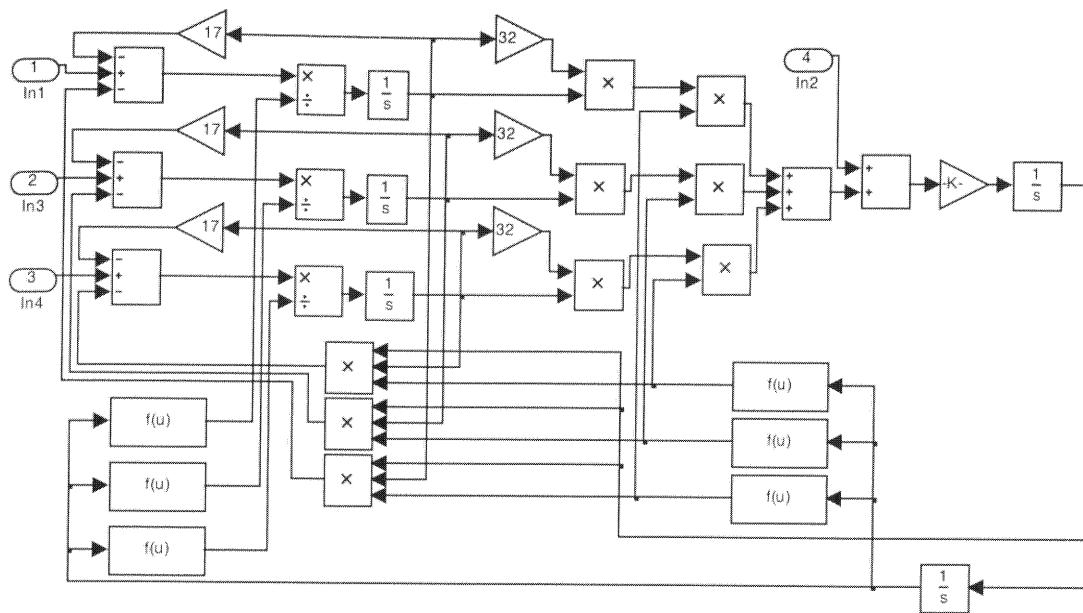
Blok meniča obsahuje rozbehový člen, ktorý na základe signálu žiadanej rýchlosťi vyprodukuje sériu obdĺžnikových napätií. Jednosmernou zložkou harmonického napäcia je možné dosiahnuť napájanie po fázach (obr.4), alebo po dvoch fázach (obr.5).



Obr.4 Napájanie po fázach  
Fig.4 Supply one- phase- on



Obr.5 Napájanie po dvoch fázach  
Fig.5 Supply two- phase- on



Obr. 6 Bloková schéma motora  
Fig. 6 Block diagram of the motor

## BLOK MOTORA

Blok motora je vytvorený na základe rovníc (8) až (14). Bloková schéma je uvedená na obrázku 6. Napájacie napäťia z meniča sú privádzané na vstupy 1,2 a 3. Na základe polohy rotora je vypočítaná okamžitá hodnota indukčnosti fázy. Zo vstupných napäťí, indukčností a vnútorných indukovaných napäťí sú nadväzne vypočítané priebehy budiacich prúdov (rovnice 12 až 14). S ohľadom na veľmi malú časovú konštantu budiaceho obvodu, tvar prúdu je prakticky totožný s tvarom napájajúcich impulzov.

Z kvadratúry prúdu a okamžitej hodnoty derivácií indukčností (vypočítaných na základe polohy rotora) sa vypočíta priebeh momentu fázy. Výsledný moment motora je daný algebraickým súčtom momentov jednotlivých fáz. Po odčítaní záťažového momentu je na základe rovnice (11) vypočítaná rýchlosť motora. Táto vstupuje v spätej väzbe ako údaj pre výpočet indukčností a ich derivácií.

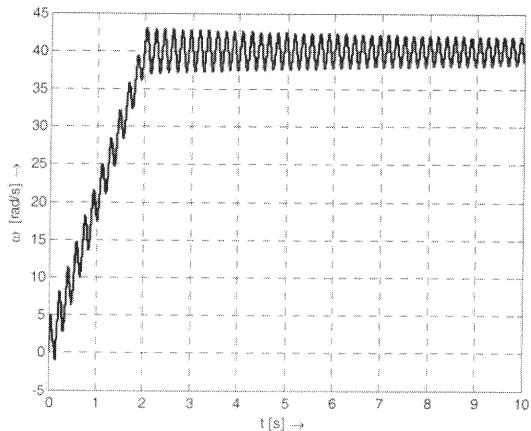
## 5. VÝSLEDKY SIMULÁCIÍ

Na základe dynamického modelu motora boli simulované jednotlivé prevádzkové stavy motora.

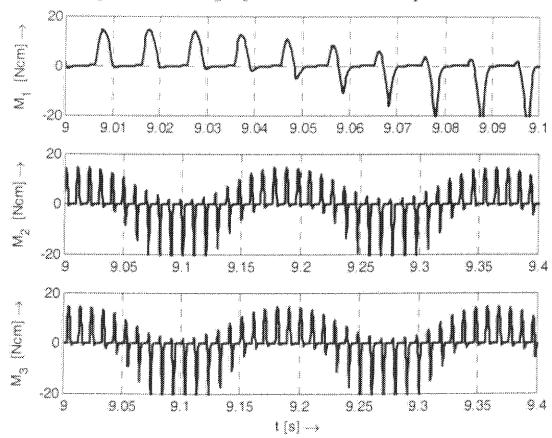
Na obrázku 7 je uvedený lineárny rozbeh motora naprázdno na rýchlosť 40 rad/s (4,18ot/s). Frekvencia napájacieho napäťia je 106 Hz. Motor je napájaný po fázach. Priebeh rýchlosťi je zvlnený, čo vyplýva z podstaty stroja, ale aj s ohľadom na malý moment zotrvačnosti rotora motora.

Na obrázku 8 je uvedený priebeh momentu jednotlivých fáz po dosiahnutí maximálnej rýchlosťi. Moment pulzuje, pretože aj rýchlosť

pulzuje. Stredná hodnota momentu je rovná nule. Motor je nezaťažený.

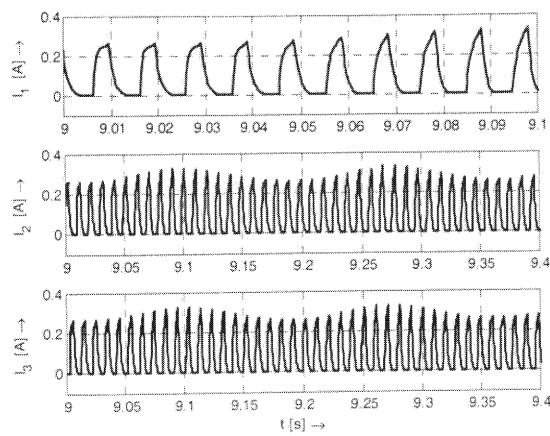


Obr. 7 Rozbeh krokového motora naprázdno  
Fig. 7 Starting of the loaded step motor



Obr. 8 Priebeh momentov jednotlivých fáz  
Fig. 8 The phase torque waveform

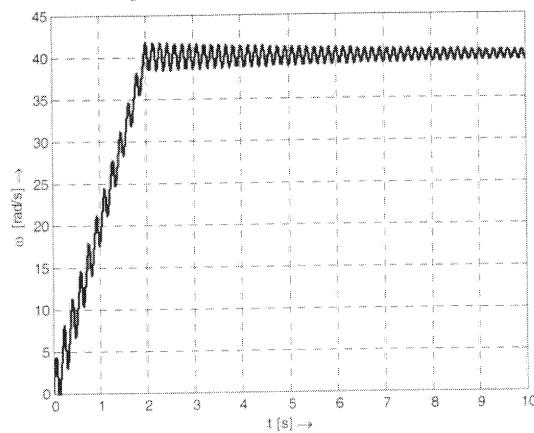
Obrázok 9 ukazuje odpovedajúci priebeh prúdov jednotlivých. Pre názornosť, časové mierky nie sú rovnaké.



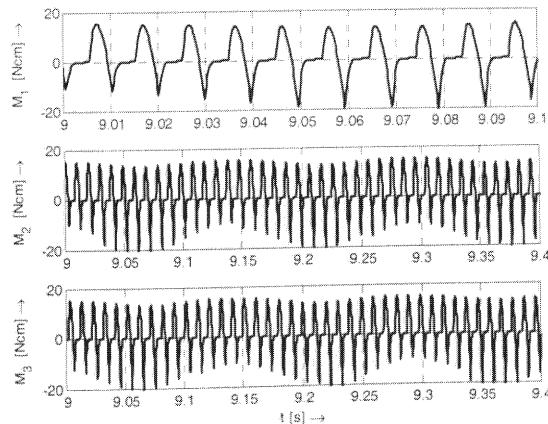
Obr. 9 Priebeh prúdov jednotlivých fáz  
Fig. 9 The phase currents waveform

Na obrázku 10 je uvedený rozbeh začaženého motoru. Motor sa rozbieha so záťažovým momentom 5Nm. Napájanie je po dvoch fázach.

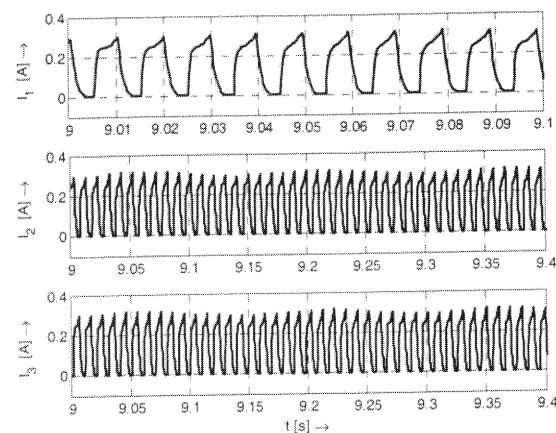
Na obrázku 11 a 12 je odpovedajúci priebeh momentov a prúdov.



Obr. 10 Rozbeh krokového motora pri začažení  
Fig. 10 Starting on the loaded step motor



Obr. 11 Priebeh momentov jednotlivých fáz  
Fig. 11 The phase torque waveform



Obr. 12 Priebeh prúdov jednotlivých fáz  
Fig. 12 The phase currents waveform

## 6. ZÁVER

V predkladanom príspevku je uvedený dynamický model reluktančného krokového motora, ktorý bol zostavený za pomocí simulačného programu Matlab-Simulink. Model dovoľuje vyšetrovať mechanické, ako aj elektrické dynamické javy stroja.

## Poděkování

Práca vznikla vďaka finančnej podpore Vedeckej grantovej agentúry Slovenskej republiky. Problematika bola riešená v rámci výskumnnej úlohy č. 1/2178/05.

## LITERATÚRA

- [1] Sargos, F.M., Godefain, E.J., Záskalický, P.: *Etude analytique du fonctionnement des moteurs à réluctance alimentés à fréquence variable*; Journal de Physique III., No.3., pp.339-354, Mars 1995, Paris, France.
- [2] Záskalický, P.: *Nonlinear theory of analysis variable-reluctance motor drives*; Zeszyty naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Elektryka, z.176, pp. 243-250, 2001, Poland.
- [3] Michalík,J., Šimko,M., Šebök,M., Chupáč,M.: *Diagnostics of Electric Machines*; ELEKTRO' 97, 23.- 24.6.1997, pp.101-104, ŽU Žilina.
- [4] Hrabovcová,V., Janoušek, L., Rafajdus, P., Ličko, M.: *Moderné elektrické stroje*; Žilinská univerzita, 2001, Žilina.
- [5] Schreier,L., Chomát,M., Doležal,I.: *Influence of Magnetic Circuit of Synchronous Reluctance Machine on Harmonic Content in Electrical Quantities*; Symposium ČSAV in Prague, pp.51-59, 20. September 2001, Praha, Česká republika.